

# Un modelo de ciclos reales aplicado a Guatemala<sup>1</sup>

Jouseline Salay<sup>2</sup>

Julio, 2011

Resumen

La economía guatemalteca presenta un ciclo económico típico de una economía pequeña y abierta. La volatilidad del consumo es suave, al igual que la del producto, mientras que la inversión es muy volátil. En cuanto al movimiento de las fluctuaciones en el tiempo, tanto el consumo, la inversión como el gasto gubernamental son procíclicas con respecto al producto. El objetivo del presente trabajo es reproducir estos hechos con un modelo básico de ciclos reales basado en la teoría neoclásica de crecimiento y calibrado para la economía guatemalteca. Se concluye que el modelo para economía cerrada aquí presentado es una buena herramienta en la reproducción de hechos estilizados y puede ser utilizado como punto de partida para posteriores trabajos para Guatemala.

Clasificación JEL: C61, C68, E32

Palabras clave: ciclos reales, Guatemala

---

<sup>1</sup>Las opiniones expresadas en este documento pertenecen al autor y no necesariamente representan los puntos de vista del personal y las autoridades del Banco de Guatemala.

<sup>2</sup>jcsa@banguat.gob.gt

# 1. Introducción

Uno de los objetivos centrales de la macroeconomía es comprender las causas de las fluctuaciones sobre las variables agregadas de la economía. La opinión generalmente aceptada es que la economía sufre perturbaciones aleatorias de diversos tipos, que después se propagan al sistema. Inicialmente, investigaciones empíricas sugirieron que las principales características de las fluctuaciones eran similares a lo largo del tiempo y que podría existir una explicación a través de leyes económicas. Estas observaciones se dieron a conocer como los hechos estilizados de Kaldor y se convirtieron en el punto de referencia para la teoría del crecimiento y los ciclos económicos.

En la actualidad, se han desarrollado modelos de ciclos reales para diversas economías, los cuales buscan reproducir las regularidades empíricas generales y particulares presentes en esas economías. Cabe resaltar que este tipo de modelos se ha utilizado satisfactoriamente para el análisis de economías desarrolladas, pero su aplicación a economías emergentes aún es un reto. Por tal motivo, en el presente trabajo se construye un modelo básico de ciclos reales que busca replicar los hechos estilizados de la economía guatemalteca. Por simplicidad, se parte de una economía cerrada sin un rol para el gobierno, lo cual limita los resultados obtenidos. Sin embargo, se considera que el modelo es una buena base sobre la que fácilmente se pueden realizar diversas ampliaciones.

En la siguiente sección se describe la teoría sobre las fluctuaciones económicas. En particular, se discute sobre la teoría de ciclos reales, sus fundamentos y críticas, así como sobre los trabajos basados en la misma, los cuales se resaltan como futuras ampliaciones del modelo aquí presentado. En la Sección 3 se exponen los hechos estilizados de la economía guatemalteca, basados en datos observados anuales de 1950 a 2007. En la cuarta sección se presenta el modelo y su solución, la Sección 5 resume los resultados obtenidos y la última sección concluye.

## 2. Desarrollo histórico de la Teoría de Ciclos Reales

Uno de los objetivos centrales de la macroeconomía es comprender las causas de las fluctuaciones económicas. Según la definición clásica de Burns y Mitchell in *Measuring Business Cycles* (1946, p.3), “los ciclos económicos son un tipo de fluctuación sobre la actividad económica agregada de las naciones cuya actividad está organizada principalmente en empresas lucrativas: un ciclo consiste de expansiones que tienen lugar aproximadamente al mismo tiempo en muchas actividades económicas, seguidas por re-

cesiones, contracciones y recuperaciones que confluyen en la siguiente fase de expansión del ciclo; la secuencia de cambios es recurrente pero no periódica; en duración los ciclos pueden variar desde más de un año hasta diez o doce años; no son divisibles en ciclos más cortos de carácter similar con amplitudes parecidas.”

Una de las características principales de las fluctuaciones es que no exhiben ningún patrón regular o cíclico sencillo. Esta falta de regularidad ha hecho que los economistas desistan de interpretar el fenómeno de las fluctuaciones como una combinación de ciclos deterministas de diferente longitud, tales como los Kitchin que van de 3 a 5 años, los Juglar de 7 a 11 años, los ciclos de Kuznets de 15 a 25 años y los de Kondratiev de 45 a 60 años. La opinión generalmente aceptada es que la economía sufre perturbaciones aleatorias de diversos tipos que después se propagan al sistema.

Las primeras investigaciones empíricas sugirieron que las principales características de las fluctuaciones eran similares a lo largo del tiempo y entre distintos países; es decir, que podría existir una explicación a través de leyes económicas. Estas observaciones se dieron a conocer como “hechos estilizados” por Nicholas Kaldor (1957) y se convirtieron en el punto de referencia para la teoría del crecimiento y los ciclos económicos. Entre los hechos estilizados más importantes, que describen una economía con crecimiento balanceado, resaltan: (i) el producto real crece a una tasa más o menos constante; (ii) el stock de capital real crece a una tasa más o menos constante, pero mayor a la tasa de crecimiento del trabajo; (iii) las tasas de crecimiento del producto real y del stock de capital tienden a ser similares; (iv) la tasa de rentabilidad sobre el capital tiene tendencia horizontal; (v) la tasa de crecimiento del producto per cápita varía grandemente de un país a otro; (vi) las economías con una alta proporción de rentabilidad sobre el ingreso tienden a tener una mayor relación inversión producto.

La teoría moderna de ciclos económicos parte del punto de vista que el crecimiento y las fluctuaciones no son fenómenos distintos que deban analizarse con herramientas diferentes y por separado. En particular, la teoría de ciclos reales trata de explicar que la mayoría de shocks que provocan fluctuaciones son reales y no nominales. A diferencia de otras teorías sobre los ciclos económicos, la teoría de ciclos reales ve las recesiones y los períodos de crecimiento económico como la respuesta eficiente ante cambios exógenos del ambiente real de la economía.

Según la teoría neoclásica, los ciclos económicos son reales en tanto que no representan fallas en los mercados para despejarse, sino que reflejan la operación posible más eficiente de la economía, dada su estructura. Con ello, difiere del pensamiento keynesiano

o del monetarista, los cuales ven las recesiones como fallas de mercado. En resumen, las divergencias entre los distintos pensamientos tienen que ver con la hipótesis que se maneja sobre las perturbaciones y sus mecanismos de propagación.

Los primeros trabajos de investigación que trataron de analizar las fluctuaciones agregadas partieron de ampliar el modelo walrasiano de Ramsey, donde los agentes económicos tienen por objetivo la maximización intertemporal de su utilidad al incluir perturbaciones reales, inicialmente por causas tecnológicas, es decir, cambios en la función de producción de un período a otro y posteriormente por el papel del gasto público. Por un lado, las perturbaciones tecnológicas cambian la cantidad que se puede producir a partir de una determinada dotación de factores, mientras que las perturbaciones por el gasto público modifican la cantidad de bienes que, dado un cierto nivel de producción, quedan disponibles para la economía privada.

Por otro lado, los modelos de ciclos económicos reales dieron inicio con los trabajos de Kydland, Prescott, Long, Plosser, Christiano, Eichenbaum, Baxter y King, durante la década de los 80's y principios de los 90's. En ellos, se incluyó otra modificación al modelo de Ramsey al permitir variaciones en el nivel de empleo, para lo cual la utilidad de los hogares ya no dependía únicamente del consumo sino de la cantidad de tiempo dedicada al ocio y al trabajo.

En conclusión, se puede decir que este tipo de modelos representa uno de los extremos entre los distintos enfoques de la macroeconomía, dado que trata de modelar las fluctuaciones agregadas a partir de fundamentos microeconómicos completamente walrasianos. A diferencia, los modelos keynesianos dan por supuestas las relaciones agregadas entre variables y no se considera la optimización de los agentes, es decir la fundamentación microeconómica que se basa en el problema de maximización de la utilidad por parte del individuo.

Sin embargo, la macroeconomía moderna permite una mezcla entre ambos enfoques. En otras palabras, los nuevos modelos de ciclos económicos reales tratan de incluir las rigidices nominales y las imperfecciones de los mercados. Por ejemplo, una variación interesante abordada por Hansen (1985) habla sobre la indivisibilidad del trabajo, es decir, el tener que trabajar un horario completo y no parcial a decisión individual o simplemente no trabajar. Con ello, la sensibilidad de la oferta laboral aumenta. Otra variación importante es la inclusión de impuestos distorsionadores, como en el trabajo de Baxter y King (1993), quienes demuestran que en respuesta a un incremento temporal del gasto público financiado mediante un aumento temporal de impuestos distorsionadores,

el efecto sustitución inducido por los impuestos suele superar el efecto tasa de interés, de modo que la producción agregada no aumenta y por el contrario disminuye.

Una ampliación distinta, divide la economía en sectores y agrega las perturbaciones propias de cada sector, tal y como lo hicieron Long y Plosser (1983) al desarrollar un modelo multisectorial en el que trataron de explicar la transmisión de perturbaciones entre sectores. Así, la teoría del ciclo económico real ha dado pie a la investigación activa desde distintos enfoques al incluir componentes no walrasianos que tienen como característica principal centrarse en el equilibrio general. A éstos se les conoce como modelos dinámicos estocásticos de equilibrio general (DSGE por sus siglas en inglés).

Entre las principales características de los modelos de ciclos reales se encuentra su evaluación mediante la calibración. El proceso de calibración consiste en elegir valores para los parámetros basándose en los datos microeconómicos conocidos. Luego, se comparan las varianzas y covarianzas de las series de datos con las predicciones que se deducen del modelo. Sin embargo, a pesar de que la característica principal de la calibración es imponer disciplina al investigador, "... se ha abandonado la idea original de que todos los parámetros y funciones relevantes deban ajustarse a los datos microeconómicos." Romer (2006, p.219). Dada la amplia variedad de modelos, se goza de cierta flexibilidad en cuanto al ajuste con los datos.

En cuanto a las críticas generales sobre estos modelos, se puede resaltar el papel de la sustitución intertemporal de la oferta de trabajo como uno de los mecanismos de propagación más importantes; es decir, que las fluctuaciones o ciclos dependen del incentivo de los agentes para trabajar en uno u otro período. Sin embargo, los estudios microeconómicos no respaldan este comportamiento por parte de los individuos dado que la elasticidad de sustitución intertemporal es baja.

Otra crítica importante se relaciona con la omisión de perturbaciones monetarias, las cuales finalmente pueden tener importantes efectos reales sobre la economía. No obstante, tal y como afirman Cooley y Prescott (1993, p.1), "la construcción y análisis de trayectorias de equilibrio para economías artificiales, basadas en el modelo neoclásico de crecimiento, ha probado ser un enfoque muy útil en el estudio y mejor entendimiento de los ciclos económicos."

Según Bergoing y Soto (2002), los modelos de ciclos reales se han utilizado con éxito en el estudio de los países desarrollados. Sin embargo, su aplicación a las economías emergentes aún es incipiente. El crecimiento rápido pero inestable y el relativo subdesarrollo de las estructuras de mercado suponen un gran desafío para los modelos neoclásicos de

equilibrio general. En consecuencia, estos autores realizan un estudio para la economía chilena y encuentran que los modelos de ciclo real son capaces de replicar una parte sustancial las fluctuaciones de las variables reales y nominales de dicha economía. De acuerdo con el modelo calibrado, concluyen que los shocks tecnológicos, las políticas fiscales, y las rigideces del mercado laboral son la principal fuente de ciclos económicos.

En el caso de Colombia, Hamann y Riascos (1998), desarrollan un modelo de ciclos reales para una economía pequeña y abierta, el cual se hace consistente con las fluctuaciones observadas sobre las principales variables de la economía colombiana y en particular, con la alta volatilidad de la balanza comercial y su comportamiento levemente procíclico. Este hecho contrasta con la evidencia de las economías desarrolladas, en las que la balanza comercial presenta un comportamiento estable y contracíclico.

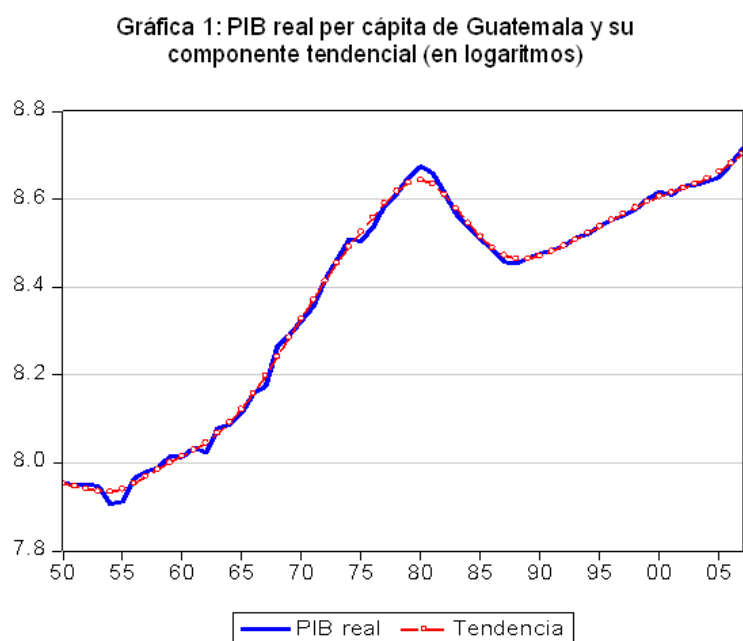
Por otro lado, Prada (2005) reproduce los hechos estilizados de la economía colombiana, cualitativa y cuantitativamente, a través de un modelo básico de ciclos reales y de equilibrio general para una economía pequeña y abierta, calibrado para Colombia. Además, estudia la respuesta de las variables fundamentales antes shocks exógenos de productividad, tasas de interés y política fiscal. Sin embargo, el modelo falla en la reproducción de los hechos estilizados del mercado laboral por la ausencia de un mecanismo de ajuste en el número de ocupados y subestima la variabilidad del consumo y la variabilidad relativa de la inversión respecto al PIB. El modelo también subestima la varianza del ciclo del consumo. Por lo que, considera que el modelo podría incluir ciertas rigideces reales y nominales que podrían ayudar a reproducir más fielmente los aspectos cuantitativos del ciclo.

### **3. Hechos estilizados de la economía guatemalteca**

Para estudiar el comovimiento de las variables macroeconómicas fundamentales, es necesario analizar las autocorrelaciones, las correlaciones cruzadas y las desviaciones estándar de las variables macroeconómicas fundamentales. Y, para que tales medidas tengan sentido, es preciso obtener el componente estacionario de las series, que además permita capturar el componente cíclico. De acuerdo con la literatura actual, se sabe que las series pueden separarse en un componente permanente o tendencial y uno cíclico. Por un lado, el componente permanente es congruente con una serie suave que captura los movimientos de frecuencias bajas y la tendencia. Mientras que, el componente cíclico captura los movimientos de frecuencias altas, es decir, las fluctuaciones.

De allí, se hace necesario obtener el componente cíclico (calculando la diferencia entre la serie y su componente tendencial), el cual es estacionario y captura las fluctuaciones de la variable. Entre los métodos más conocidos y utilizados para descomponer una serie en los elementos anteriormente mencionados se encuentra el filtro de Hodrick-Prescott, el cual se utiliza en el presente estudio.

En la Gráfica 1, se muestran los datos anuales del PIB real per cápita de Guatemala para el período 1950-2007. Se presenta la serie en logaritmos con una línea sólida y a lo largo de la misma, su tendencia de largo plazo (línea discontinua), capturada por el componente permanente.



Para caracterizar las fluctuaciones macroeconómicas observadas sobre los datos de la economía guatemalteca, se hace uso de resultados estadísticos calculados sobre el componente cíclico de las series de tiempo disponibles para las principales variables macroeconómicas. Se presenta la variabilidad de las fluctuaciones, entendida como la desviación estándar del componente cíclico de cada variable. También se reporta la variabilidad relativa de cada una de las variables, con respecto a la variabilidad del ciclo del PIB real per cápita.

Adicionalmente, se exponen los resultados de la correlación de cada una de las variables con el producto real, para determinar si dicha variable es procíclica, contracíclica o acíclica. Se define una variable como procíclica si su correlación contemporánea con el

PIB es positiva. Es decir, las variables procíclicas y el PIB se mueven semejantemente con el paso del tiempo. Si la correlación contemporánea con el producto es negativa, entonces la variable es contracíclica. Y, si no existe correlación contemporánea, la variable es acíclica. Finalmente, se obtienen resultados para la correlación cruzada de cada variable con el PIB real para señalar, como se indica en Hamann y Riascos (1998) “si existe evidencia de cambios de fase, es decir, si las fluctuaciones de una variable se adelantan o se rezagan con respecto a las fluctuaciones del producto.”

El Cuadro 1 exhibe las estimaciones mencionadas en los párrafos anteriores para el caso de los datos anuales observados de la economía guatemalteca, para el período comprendido entre 1950 y 2007. Todas las variables se encuentran en términos per cápita, a precios constantes de 1996, se han tomado sus logaritmos y luego han sido filtradas (para obtener el componente cíclico), utilizando la metodología de Hodrick y Prescott.

Los datos para Guatemala son secundarios, obtenidos del CIC, Center for International Comparisons de la Universidad de Pennsylvania, “Penn World Table, Version 6.3” de agosto de 2009. En la base de datos original, se encuentran el consumo, la inversión, el gasto de gobierno y la balanza comercial como proporciones con respecto al PIB real per cápita.<sup>3</sup> Después, con la serie del PIB real per cápita se calcula cada una de las variables en niveles, para luego realizar las transformaciones recién descritas.

**Cuadro 1: Comportamiento cíclico de la economía guatemalteca**  
Desviaciones de las variables respecto a su tendencia, 1950-2007

| Variable          | Desviación estándar |            | Autocorrelación<br>1er. orden | Correlación cruzada |       |       |
|-------------------|---------------------|------------|-------------------------------|---------------------|-------|-------|
|                   | %                   | rel. a PIB |                               | j = -1              | j = 0 | j = 1 |
| PIB               | 0.01                | 1.00       | 0.17                          | 0.17                | 1.00  | 0.17  |
| Consumo           | 0.01                | 0.82       | 0.27                          | 0.26                | 0.39  | 0.26  |
| Inversión         | 0.11                | 8.88       | 0.15                          | 0.27                | 0.21  | -0.24 |
| Gasto de Gobierno | 0.04                | 3.05       | 0.29                          | -0.10               | 0.31  | 0.39  |
| Balanza Comercial | 0.05                | 3.77       | 0.10                          | 0.28                | 0.38  | -0.16 |

De forma contemporánea, las variables analizadas están correlacionadas positivamente con el producto, es decir que son procíclicas. En particular, es la inversión la que presenta el menor grado de correlación, lo que podría indicar que esta variable no sigue

<sup>3</sup>El CIC de la Universidad de Pennsylvania calcula los componentes del PIB utilizando las tasas de crecimiento nacionales y extrapolando los valores de 1996, en dólares internacionales, con el método de agregación de Geary- Khamis, de acuerdo con el Sistema de Cuentas Nacionales y el Manual del Programa de Comparación Internacional de las Naciones Unidas. Ver, [http://unstats.un.org/unsd/publication/SeriesF/SeriesF\\_62E.pdf](http://unstats.un.org/unsd/publication/SeriesF/SeriesF_62E.pdf)

tan de cerca los movimientos del producto y podría considerarse acíclica hasta cierto punto. Se observa que la intensidad de las fluctuaciones de la inversión es 8.9 veces mayor que la del producto.

Es importante indicar el ordenamiento de la magnitud de las fluctuaciones de las series. De acuerdo a lo esperado y congruente con los hechos estilizados conocidos a nivel general para las economías, la inversión es mucho más volátil que el producto y éste, a su vez, es más volátil que el consumo. Mientras que, la balanza comercial manifiesta una menor volatilidad que la inversión, pero mayor a la del producto.

Cuadro 2: Razones respecto al PIB, promedio 1950-2007

| Razón          | Valor |
|----------------|-------|
| Consumo/PIB    | 0.77  |
| Inversión/PIB  | 0.20  |
| Gasto Gob./PIB | 0.11  |
| XN/PIB         | -0.09 |

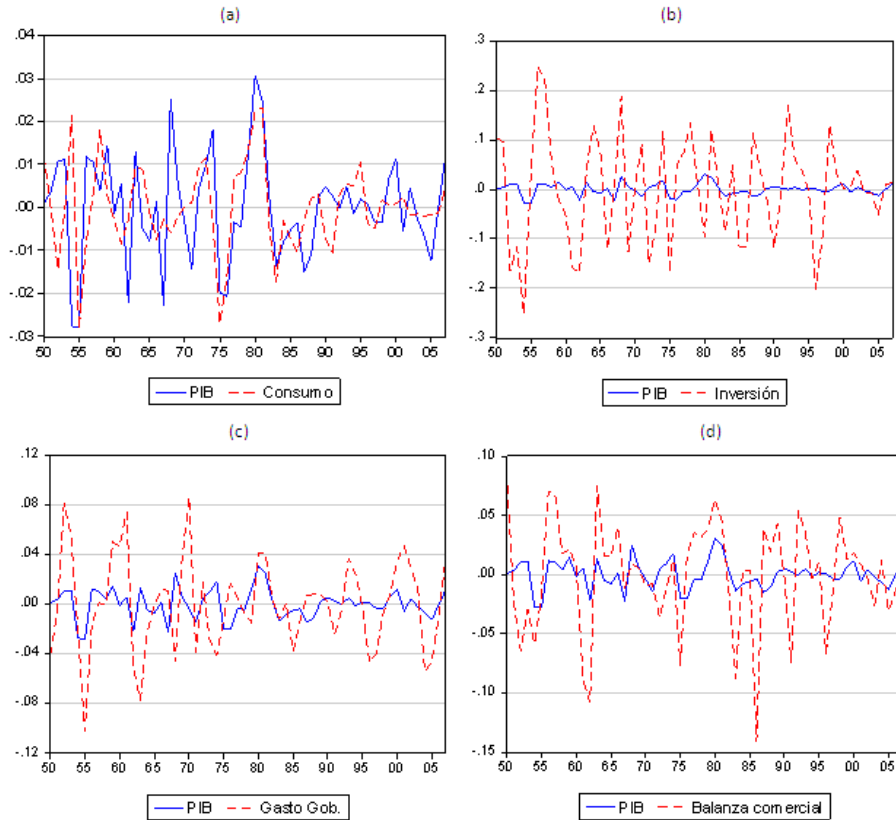
El Cuadro 2 muestra las razones promedio de las variables analizadas, respecto al PIB real per cápita para el período 1950-2007, para datos anuales, mientras que la Gráfica 2 ilustra los movimientos de los componentes cíclicos de las mismas variables en relación al componente cíclico del producto real.

En el panel (a) se observa claramente la prociclicidad del consumo respecto al PIB, dado que sigue muy de cerca el comportamiento de su componente cíclico. El panel (b) muestra que la inversión, a pesar de seguir los movimientos del PIB, resulta ser más volátil. En los casos del gasto de gobierno y la balanza comercial, paneles (c) y (d) respectivamente, se exhibe mayor volatilidad con respecto al PIB, aunque en menor escala que la inversión.

## 4. Modelo

Siguiendo la literatura de ciclos reales, a través de un modelo sencillo para una economía pequeña se pretende construir una economía artificial que recree los hechos estilizados del ciclo económico observados para el caso de Guatemala. El procedimiento seguido se basa en Díaz-Giménez (1999) y se toma como base el modelo básico neoclásico de crecimiento, en el que se asume que existe una gran cantidad de agentes idénticos, en

**Gráfica 2: Comportamiento cíclico de la economía guatemalteca**



competencia perfecta, con preferencias sobre el único bien de consumo que se produce en esta economía y sobre el tiempo. Suponga una economía cerrada en la que hay un solo tipo de agente: los hogares, que a su vez son los dueños de las firmas y de los factores de producción, capital y trabajo. Por simplicidad en el modelo se omite al gobierno como un tercer agente.

## 4.1. Hogares

Se asume que los hogares disponen de una unidad de tiempo productivo, la cual pueden asignar a trabajar en el mercado o en otros usos. También cuentan con una dotación inicial de capital, en donde éste se deprecia geométricamente a una tasa constante. El capital puede ser incrementado a través de la inversión. Los hogares reciben utilidad del consumo ( $c$ ) y no valoran el ocio, es decir, que parte de su plan de maximización es asignar su dotación de tiempo al trabajo. Además, con ello es posible abstraerse de la decisión de los individuos entre trabajo y ocio. Así, a nivel agregado, las

preferencias del agente representativo pueden ser representadas por la siguiente función de utilidad

$$E_t \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \right] \quad (1)$$

donde  $E_t [\cdot]$  es el operador de esperanza matemática y representa el valor esperado con el conjunto de información disponible en el período  $t$  y  $\beta \in (0, 1)$  es el factor subjetivo de descuento temporal, que representa la valoración relativa que dan los individuos a la utilidad presente y futura. La función de utilidad es una medida de satisfacción relativa que permite cuantificar de forma ordinal el bienestar que le otorga al individuo el consumo del único bien en la economía. La función de utilidad  $u(\cdot)$  es continua y doblemente diferenciable, estrictamente creciente y estrictamente cóncava. Específicamente, la función de utilidad adopta la forma

$$u(c_t) = \ln(c_t) \quad (2)$$

## 4.2. Producción y tecnología

Por el lado de la producción, se asume que la tecnología está caracterizada por una función de producción de tipo Cobb-Douglas, con capital y trabajo como insumos y que además está sujeta a choques estocásticos sobre la productividad. Sin embargo, dado que los individuos asignan su dotación total de tiempo al trabajo,  $l^* = 1$ , la función de producción  $F(k_t, n_t, z_t)$  pasa a ser

$$F(k_t, 1, z_t) = F(k_t, z_t) \quad (3)$$

donde se asume que  $F(\cdot)$  es continua, doblemente diferenciable, estrictamente creciente y estrictamente cóncava en el capital ( $k$ ). Se asume que la productividad o progreso técnico viene dada por un proceso estocástico exógeno autorregresivo de la forma

$$\begin{aligned} z_{t+1} &= \rho z_t + \varepsilon_{t+1} \\ \varepsilon_t &\sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (4)$$

donde  $z$  representa el choque de tecnología o productividad,  $\rho \in [0, 1)$  y  $\varepsilon$  es ruido

blanco. Específicamente, la producción está dada por

$$F(k_t, z_t) = e^{z_t} k_t^\alpha \quad (5)$$

donde la tecnología hace posible transformar el capital ( $k$ ), en producto ( $y$ ) y éste puede ser utilizado para consumo ( $c$ ) o inversión ( $i$ )

$$c_t + i_t = y_t = F(k_t, z_t) \quad (6)$$

Dado el supuesto de depreciación, la dinámica del capital está dada por

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t \quad (7)$$

donde  $\delta \in (0, 1)$  representa la tasa de depreciación constante del capital. La ecuación indica que el stock de capital del período  $t + 1$  está dado por dos términos, el primero indica la proporción del capital del período anterior que no se deprecia y el segundo indica la inversión que se realizó en el período anterior.

### 4.3. Equilibrio competitivo

Se define al equilibrio competitivo como las secuencias de precios y cantidades que satisfacen las condiciones de optimalidad y aseguran que los mercados se vacían. En otras palabras, encontrar los procesos estocásticos para  $(y_t, c_t, i_t, k_t, )$  y el correspondiente vector de precios que permita que la secuencia de cantidades resuelva los problemas de decisión, tanto de las empresas como de los hogares y, que los precios sean tales que permitan que el mercado de bienes se despeje cada período.

Esto implica que las asignaciones del equilibrio competitivo son eficientes en el sentido de Pareto, es decir, que son las asignaciones óptimas que un planificador social benevolente escogería si su objetivo fuera maximizar el bienestar del agente representativo de la economía. La solución de problemas de equilibrio competitivo es más fácil si se hace uso de este teorema del bienestar, dado que no se incluyen precios y por consiguiente, la dimensión del modelo es menor.

## 4.4. Solución

De lo anterior, el problema de maximización desde el punto de vista de un planificador social benevolente es

$$\max_{\{c_t, i_t\}_{t=0}^{\infty}} E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \quad (8)$$

sujeto a,

$$c_t + i_t = y_t = F(k_t, z_t) \quad (9)$$

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t \quad (10)$$

$$z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1} \quad (11)$$

Sea  $f(k, z) = F(k, z) + (1 - \delta)k$ . Si se sustituyen las primeras dos restricciones dentro de la función de utilidad, el problema se simplifica a la siguiente expresión

$$\max_{\{k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(f(k_t, z_t) - k_{t+1}) \quad (12)$$

sujeto a,

$$z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1} \quad (13)$$

$$k_0 > 0 \quad \text{y} \quad z_0 > 0$$

Las condiciones de primer orden de este problema pueden resumirse en la siguiente ecuación de Euler que aplica para todo período  $t = 0, 1, 2, \dots$

$$U'[(f(k_t, z_t) - k_{t+1})] = \beta E\{U'[(f(k_{t+1}, z_{t+1}) - k_{t+2})] f'(k_{t+1}, z_{t+1})\} \quad (14)$$

La formulación del problema del planificador social resalta su estructura recursiva. En cada período  $t$ , el planificador enfrenta la misma decisión, escoger el stock de capital para el siguiente período que maximice su retorno contemporáneo, más el valor descontado de su plan óptimo para los siguientes períodos.

Así, dado que el problema se repite en cada período, los subíndices temporales se vuelven irrelevantes y es posible obtener la siguiente función valor, conocida como ecuación de Bellman.

$$V(k, z) = \max_{k'} \{U[f(k, z) - k'] + \beta E[V(k', z') | z]\} \quad (15)$$

Específicamente,

$$V(k, z) = \max_i \{\ln(e^z k^\alpha - i) + \beta E[V(k', z') | z]\} \quad (16)$$

tal que,

$$k' = (1 - \delta)k + i \quad (17)$$

$$z' = \rho z + \varepsilon' \quad (18)$$

donde  $z$  es la variable de estado exógena,  $k$  es la variable de estado endógena,  $i$  es la variable de control,  $\ln(e^z k^\alpha - i)$  es la función retorno  $r(z, k, i)$ ,  $k'$  y  $z'$  son funciones lineales. Nótese que la función retorno es cuadrática en las variables de estado y de control, mientras que las restricciones son lineales en las variables de estado, las variables de estado adelantadas y las variables de control. Esto permite resolver el problema de maximización a través de la aproximación cuadrática lineal (LQ approximation), donde la versión determinística del modelo converge al estado estacionario. De hecho, el estado estacionario es el punto sobre el cual se expande la función retorno para obtener una aproximación cuadrática y luego computar la función valor óptima a través de iteraciones sucesivas de la ecuación de Bellman.

## 4.5. Estado estacionario

Se define el estado estacionario como aquella situación en la que las variables son invariantes en el tiempo. Para calcular el estado estacionario es más fácil considerar el problema de maximización de los hogares, eliminamos las expectativas y sustituimos el choque de productividad por su media (cero). Con ello, el problema es el siguiente:

$$\max_{\{c_t, k_{t+1}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln(c_t) \quad (19)$$

sujeto a,

$$c_t + i_t = k^\alpha \quad (20)$$

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t \quad (21)$$

La solución se obtiene a través del método de Lagrange, calculando las condiciones de primer orden, de las que se obtiene la siguiente ecuación de Euler en estado estacionario:

$$1 = \beta(\alpha k^{\alpha-1} + 1 - \delta) \quad (22)$$

Al resolver inicialmente para  $k$  y posteriormente hacer algunas sustituciones, se obtienen los siguientes estados estacionarios de las variables

$$k^* = \left[ \frac{\alpha\beta}{1 - \beta(1 - \delta)} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (23)$$

$$i^* = \delta k^* \quad (24)$$

$$y^* = k^{*\alpha} \quad (25)$$

$$c^* = y^* - i^* \quad (26)$$

$$z^* = 0 \quad (27)$$

## 4.6. Calibración y solución computacional

Para el caso de la función de producción se fija  $\alpha$  en 0,33, puesto que éste es el promedio observado de la participación del capital en el producto, de acuerdo con los valores de uso común para este parámetro en la literatura<sup>4</sup>. En cuanto al parámetro de depreciación, se define  $\delta = 0,05$ , valor que según Hamann y Riascos (1998) se considera como una tasa de depreciación razonable para datos anuales.

En el caso del parámetro del proceso autorregresivo de la productividad, éste es fijado en  $\rho = 0,90$  para que genere la persistencia que el progreso tecnológico tiene sobre la economía. Finalmente, es necesario que el factor de descuento  $\beta$  reproduzca el estado estacionario de las relaciones del consumo y la inversión respecto al producto

$$\frac{c^*}{y^*} = 1 - \left[ \frac{\alpha\beta\delta}{1 - \beta(1 - \delta)} \right] \quad (28)$$

$$\frac{i^*}{y^*} = \left[ \frac{\alpha\beta\delta}{1 - \beta(1 - \delta)} \right] \quad (29)$$

Para ello, dados los valores de  $\alpha$  y  $\delta$  recientemente descritos, se fija  $\beta = 0,98$ , valor coherente de acuerdo con las estimaciones obtenidas por Prada (2005) para el caso de la economía colombiana. Este factor de descuento, junto con el resto de la calibración,

---

<sup>4</sup>Véase Catalán, J. (2007). No se calibra este parámetro con datos de Guatemala, debido a que es necesaria información de cuentas nacionales sobre la matriz insumo-producto, la cual no está disponible.

permite obtener las siguientes razones de estado estacionario:

$$\frac{c^*}{y^*} = 0,77 \quad \frac{i^*}{y^*} = 0,23 \quad \frac{k^*}{y^*} = 4,69$$

Estas razones de estado estacionario son calibradas para que se acerquen a los valores encontrados en los hechos estilizados para la economía guatemalteca, según los datos anuales de 1950 a 2007.

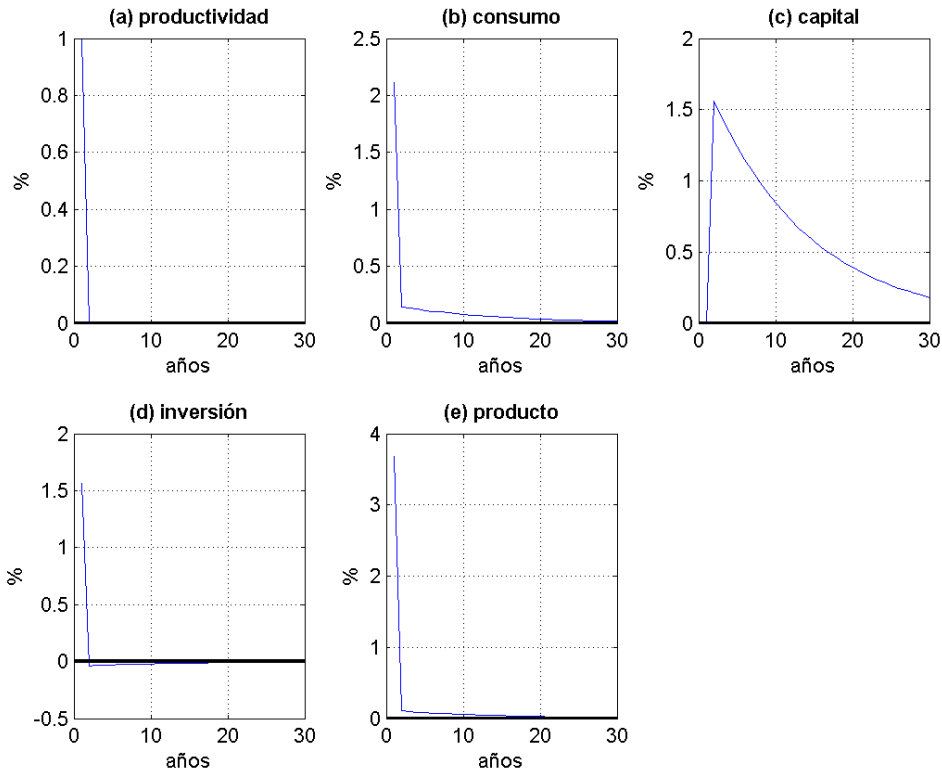
Debido a la presencia de no linealidad sobre las condiciones de solución halladas y a la naturaleza estocástica y dinámica del problema, es necesario desarrollar una solución computacional. Como se mencionó anteriormente, el método de solución que se utiliza en el presente trabajo es una aproximación cuadrática lineal de la función retorno alrededor de su estado estacionario, por medio de iteraciones sucesivas de la ecuación de Bellman. Para ello, se utiliza el software matemático Matlab que permite llevar a cabo la aproximación cuadrática lineal.

## 4.7. Resultados

Una herramienta muy útil derivada de la solución computacional de los modelos de ciclos reales es el impulso respuesta. Se parte del supuesto que la economía se encuentra en estado estacionario y que en el período inicial recibe un único choque exógeno. En el presente modelo existe una sola variable exógena, la tecnología ( $z$ ), por lo que únicamente se puede analizar un shock de productividad. A su vez, este shock puede ser o no persistente en el tiempo.

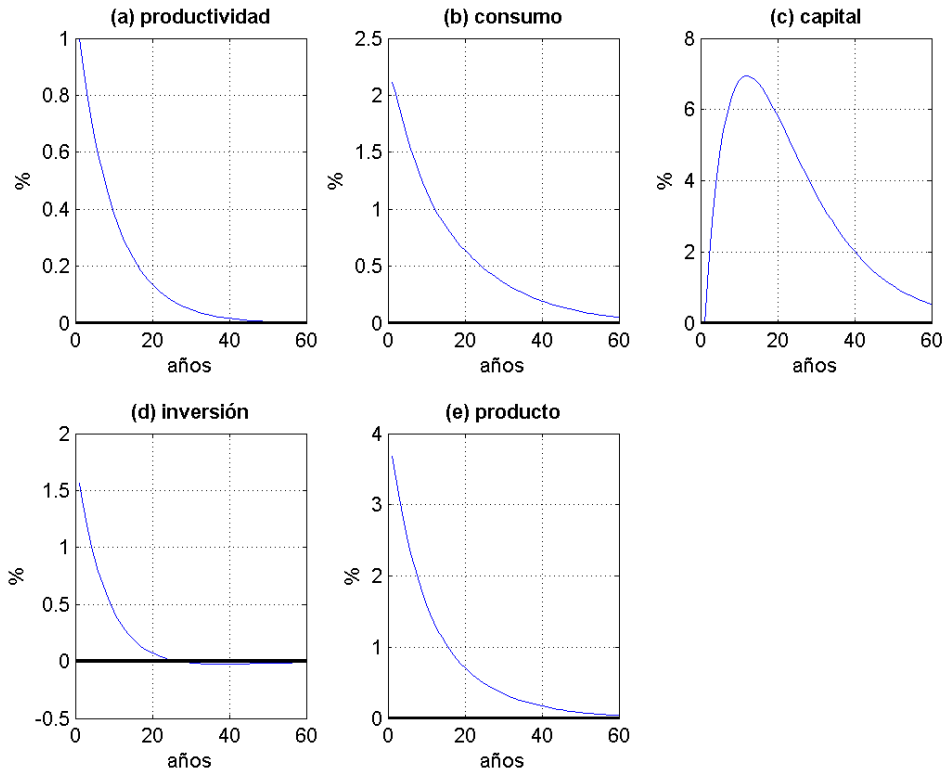
Como se ilustra en la Gráfica 3, un shock tecnológico positivo hace que tanto el consumo (panel b), el capital (panel c), como la inversión (panel d) aumenten y en consecuencia, también lo hace el producto (panel e). Sin embargo, dado que el shock ocurre únicamente en el primer período y no tiene persistencia (como se observa en el panel a), todas las variables en análisis, con excepción de la inversión, muestran un rápido descenso después del incremento inicial y convergen rápidamente a su estado estacionario. A diferencia, la inversión muestra ligera persistencia para luego converger al estado estacionario después de aproximadamente 30 períodos.

**Gráfica 3: Shock de productividad sin persistencia**



Resulta interesante analizar los resultados del sistema ante un shock tecnológico con persistencia, situación más cercana a lo que ocurre en la realidad. La Gráfica 4 muestra un incremento exógeno de un punto porcentual sobre la productividad en el primer período, el cual cae lentamente a su estado estacionario, en aproximadamente 50 períodos (panel a). Ante este shock persistente, el consumo (panel b), el capital (panel c), la inversión (panel d) y el producto (panel e) muestran un incremento mayor al que presentan en la gráfica anterior, donde el shock no tuvo persistencia en el tiempo. En general, el modelo presenta alta persistencia, dado que todas las variables, con excepción de la inversión, retornan a su estado estacionario después de aproximadamente 60 años. Cabe resaltar, que la inversión retorna más rápido que el resto de variables, aunque inicialmente cruza el valor de estado estacionario en el año 25 y luego converge por debajo de su estado estacionario.

**Gráfica 4: Shock de productividad con persistencia**



Una vez calibrado y computado el modelo, también es posible realizar simulaciones sobre las trayectorias de las variables. El procedimiento consiste en generar una serie de choques exógenos de acuerdo al proceso estocástico que sigue el choque de productividad ( $z$ ) y con ello obtener la respuesta del sistema, es decir, las trayectorias simuladas de las variables.

Al igual que con los datos observados, primero se aplican logaritmos y después se utiliza el filtro Hodrick-Prescott para obtener los ciclos teóricos de cada una de las variables en estudio. Sobre estos ciclos teóricos, nuevamente se calculan las estadísticas realizadas con los datos observados, lo cual nos permite comparar la información y analizar si el modelo logra replicar los hechos estilizados de la economía guatemalteca.

El Cuadro 3 resume las estadísticas análogas a las que se presentan en el Cuadro 1 para los datos de la economía simulada. Para obtener estas estadísticas, se realizaron varias simulaciones de 58 períodos cada una y los resultados que se reportan corresponden al promedio de las mismas.

Cuadro 3: Comportamiento cíclico de la economía simulada

| Variable  | Desviación estándar |            | Autocorrelación | Correlación cruzada |       |       |
|-----------|---------------------|------------|-----------------|---------------------|-------|-------|
|           | %                   | rel. a PIB | 1er. orden      | j = -1              | j = 0 | j = 1 |
| PIB       | 0.19                | 1.00       | 0.27            | 0.27                | 1.00  | 0.27  |
| Consumo   | 0.24                | 1.26       | 0.35            | 0.34                | 0.92  | 0.24  |
| Inversión | 0.07                | 0.37       | 0.40            | 0.38                | 0.90  | 0.23  |

El modelo aproxima bastante bien la variación de la inversión. Sin embargo, arroja una variabilidad para el consumo y el producto bastante superior a la observada. A diferencia de los resultados de estudios similares para otras economías, el presente modelo no suaviza el consumo simulado y por el contrario exhibe la mayor variabilidad.

Debe tomarse en cuenta que el modelo que reproduce estos resultados es una versión muy sencilla que parte de una economía cerrada sin gobierno, lo cual limita el alcance de las conclusiones que pueden obtenerse. No obstante, se considera una muy buena base para posteriores ampliaciones que sean capaces de acercarse más a los hechos estilizados descritos en la Sección 3.

Por otro lado, el modelo sí logra capturar la prociclicidad de las trayectorias de consumo e inversión simuladas. Tal y como se observa, éstas están alta y positivamente correlacionadas con el producto. En cuanto a la intensidad de las fluctuaciones, es el consumo el que presenta la mayor intensidad, siendo 1.26 veces mayor a la del producto. Aunque, en general las intensidades modeladas son moderadas en comparación con las observadas sobre los datos reales. Finalmente, las correlaciones cruzadas y las autocorrelaciones son consistentes con las observadas en cuanto al signo positivo aunque un poco mayores en el caso de los datos simulados.

## 5. Conclusiones

En este trabajo se desarrolló un modelo básico de ciclos reales siguiendo la literatura estándar sobre modelos neoclásicos de crecimiento. El modelo ha sido calibrado con datos anuales de la economía guatemalteca para el período entre 1950 y 2007. Por simplicidad, el modelo se abstrae del papel del gobierno y del sector externo, lo cual limita el alcance de los resultados que se obtienen. No obstante, se considera una buena base sobre la que fácilmente se pueden realizar diversas ampliaciones, capaces de acercarse más a las regularidades empíricas de la economía guatemalteca.

Se concluye que el país presenta los hechos estilizados típicos de una economía pequeña y abierta que puede calificarse como emergente, tales como la variabilidad del consumo ligeramente menor a la del PIB, una inversión muy volátil respecto al ciclo del PIB y la prociclicidad de las variables con respecto al producto. El modelo permite obtener un sistema dinámico estable alrededor del estado estacionario que logra reproducir buena parte de los hechos estilizados de la economía guatemalteca, a pesar de su simplicidad. Aproxima bastante bien la variación de la inversión y captura la prociclicidad tanto del consumo como de la inversión con respecto al producto. Las autocorrelaciones y las correlaciones cruzadas son consistentes con las observadas. Sin embargo, el modelo arroja una variabilidad para el consumo y el producto bastante superior a la observada.

De acuerdo con lo descrito anteriormente, se puede concluir que el modelo aquí desarrollado puede utilizarse como un punto de partida para posteriores trabajos específicos para Guatemala, en los que se incluyan aspectos más realistas que busquen representar a la economía. Aunque debe resaltarse la dificultad ocasionada por la deficiencia de las estadísticas disponibles para Guatemala, sería valioso considerar la inclusión de aspectos generales del mercado laboral, del sector externo y del gobierno. Además, pueden incluirse ciertas rigideces reales y nominales que ayudarían a alcanzar una mejor aproximación a los datos observados.

## Referencias

- [1] Baxter, M. y King, R. (1993). *Fiscal Policy in General Equilibrium*. The American Economic Review, Vol. 83, No. 3 (junio): 315-334.
- [2] Bergoeing, R. y Soto, R. (2002). *Testing real business cycles models in an emerging economy*. Banco Central de Chile, WP No. 159, (en red). Disponible en: <http://www.bcentral.cl/Estudios/DTBC/doctrab.htm>.
- [3] Blaug, M. (1987). "Classical economics". The New Palgrave Dictionary of Economics Vol. 1, Palgrave Macmillan: 414.
- [4] Burns, A. & Mitchell, W. (1946). *Measuring Business Cycles*, (en red). Disponible en: [www.nber.org/chapters/c2980](http://www.nber.org/chapters/c2980)
- [5] Catalán, J. (2007). *Emigrant Remittances: Both Poverty Relief and Dutch Disease for Guatemala*, Tesis de Maestría no publicada, Universidad Torcuato Di Tella, Argentina.
- [6] Center for International Comparisons of Production, Income and Prices at the University of Pennsylvania (2009). *Penn World Table Version 6.3*. Estados Unidos de América: Heston, A., Summers, R. & Aten, B.
- [7] Díaz-Giménez, J. (1999). *Linear Quadratic Approximations: An Introduction*, en Marimon, R. y Scott, A. (Ed.), *Computational Methods for the Study of Dynamic Economies* (pp. 13–29). Oxford University Press: Oxford.
- [8] Cooley, T. y Prescott, E. (1993). *Economic Growth and Business Cycles*, en *Frontiers of Business Cycle Research*. Estados Unidos de América: Princeton University Press.
- [9] Gujarati, D. (2003). *Econometría* (4a. ed.). México: McGraw Hill/Irwin.
- [10] Hamann, F. y Riascos A. (1998). *Ciclos económicos en una economía pequeña y abierta. Una aplicación para Colombia*. Banco de la República de Colombia, Borradores de Economía, (en red). Disponible en: [www.banrep.gov.co](http://www.banrep.gov.co)
- [11] Hansen, G. (1985). *Indivisible Labor and the Business Cycle*. Journal of Monetary Economics 16, Elsevier Science Publishers: 309-327.

- [12] Hansen, G. y Prescott, E. (1995). *Recursive Methods for Computing Equilibria of Business Cycle Models*, en *Frontiers of Business Cycle Research*. Estados Unidos de América: Princeton University Press.
- [13] Juglar, C. (1862). *Sobre las crisis comerciales*, (en red). Disponible en: [www.gallica.bnf.fr](http://www.gallica.bnf.fr)
- [14] Kitchin, J. (1923). *Cycles and Trends in Economic Factors*. *The Review of Economics and Statistics* 5, The MIT Press: 10-16.
- [15] Kondratiev, N. y Stolper, W. (1935). *The Long Waves in Economic Life*. *The Review of Economics and Statistics* Vol 17, No. 6, The MIT Press: 105-115.
- [16] Kuznets, S. (1930). *Secular Movements in Production and Prices. Their Nature and their Bearing upon Cyclical Fluctuations*. New York, A. M. Kelley
- [17] Kydland, F. y Prescott E. (1982) *Time to build and aggregate fluctuations*. *The Econometric Society, Econometrica*, Vol. 50, No. 6, (noviembre): 1345-1370.
- [18] Naciones Unidas, Departamento de Economía y Desarrollo Social, División Estadística (1992). *Handbook of the International Comparison Programme*, (en red). Disponible en: [www.unstats.un.org/unsd/pubs](http://www.unstats.un.org/unsd/pubs)
- [19] Prada, J. (2005). *Modelo de ciclos reales para Colombia*. Banco de la República de Colombia, Borradores de Economía, (en red). Disponible en: [www.banrep.gov.co](http://www.banrep.gov.co)
- [20] Romer, D. (2006). *Macroeconomía Avanzada*, (3a. ed.). España: McGraw Hill/Interamericana de España, S. A. U.
- [21] Sichel, D. (1993). *Business Cycle Asymmetry: A Deeper Look*. *Economic Inquiry* 31 (abril): 224-236.